

Nome: N.:.....

Este exame está dividido em 3 partes. Cada parte corresponde a um mini-teste e pode ser substituída pelo miniteste. Caso decida fazer uma parte, a nota final será sempre a melhor entre a nota obtida nessa parte neste exame e no teste correspondente.

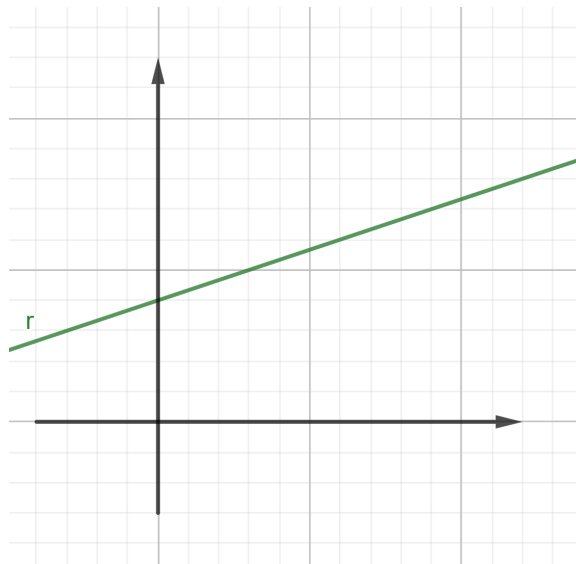
Os telemóveis têm de estar desligados.

Não serão corrigidas respostas escritas a lápis.

Parte I - Esta parte vale 6 valores - Corresponde ao primeiro teste

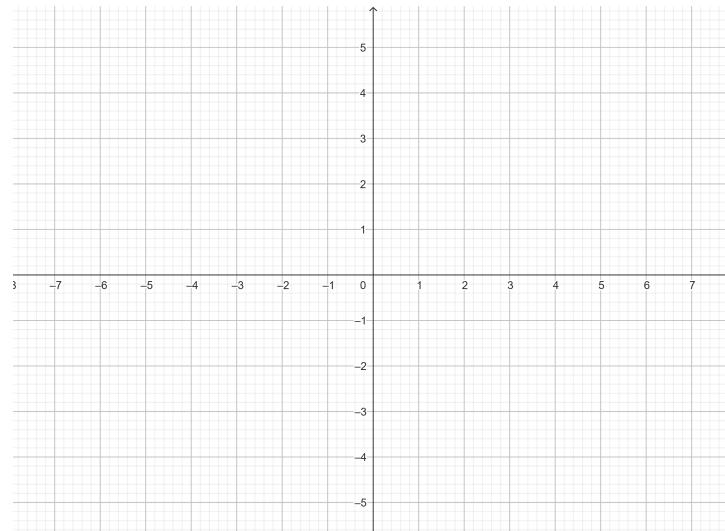
1. Considere o ponto A de coordenadas $(1, 5)$ e o ponto B de coordenadas $(2, 7)$. Indique justificando:
 - (a) (0.75 valores) uma equação da recta que passa por A e por B .
 - (b) (0.75 valores) uma equação da recta que passa por A e é perpendicular à recta que passa pelos pontos A e B .
 - (c) (0.75 valores) uma equação da circunferência cujo diâmetro é o segmento AB (A e B pertencem à circunferência).
 - (d) (0.75 valores) Indique todos os pontos no eixo dos xx 's equidistantes de A e de B .

2. (0.75 valores) Considere a recta r desenhada no quadriculado abaixo onde estão representados os eixos. Indique, sem justificar, o declive de r .



3. (0.75 valores) Indique, justificando, todos os pontos que estão à mesma distância da origem que o ponto $(2, 4, 0)$.

4. (0.75 valores) Utilizando o quadriculado abaixo esboce, sem justificar, o conjunto dos pontos que satisfazem a equação $4x^2 + 9y^2 = 36$.



5. (0.75 valores) Calcule, justificando, $\sin(\alpha - \beta)$ sabendo que α e β são ângulos do 3º e do 4º quadrantes, respectivamente, e que $\cos(\pi + \alpha) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ e $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \beta\right) = \frac{1}{2}$.

Matemática (M1029) - Exame - Época Normal - parte II - 09/01/2025

Nome: **N.:**.....

Parte II - Esta parte vale 7 valores - Corresponde ao segundo teste

1. Complete, sem justificar, de forma a obter afirmações verdadeiras

(a) (0.5+0.5 valores)

$$\sum_{i=1}^n (4i + 1) = \frac{\boxed{}}{\sum_{j=0}^{\boxed{}}}$$

(b) (0.5 valores)

$$\sum_{i=0}^{98} (i + 3)^2 - \sum_{i=0}^{98} (i^2 + 1) = \boxed{}$$

(Nota: nesta alinea tem de introduzir na caixa um número)

2. (0.75+0.75 valores) Determine, justificando,

(a) $\arccos(\sin(\frac{10\pi}{6}))$

(b) $\arccos(\frac{1}{\sqrt{5}}) + \arccos(\frac{1}{\sqrt{10}})$

Relembro que:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

3. Os dados relativos ao número de visitantes a um determinado jardim por mês durante 7 meses e o dinheiro que os visitantes gastaram no jardim é apresentado no seguinte quadro

Número de visitantes	42	74	48	35	X	26	60
Montante gasto	98	130	120	88	182	80	135

- (a) (0.5 valores) Sabendo que a média do número de visitantes é 48.71 , determine X .
- (b) (0.5 valores) Determine a média do montante gasto pelos visitantes no jardim.
- (c) (1.25 valores) Determine uma equação da recta de regressão.
 (Note que $42^2 + 74^2 + 48^2 + 35^2 + X^2 + 26^2 + 60^2 = 18181$ e que
 $42 * 98 + 74 * 130 + 48 * 120 + 35 * 88 + X * 182 + 26 * 80 + 60 * 135 = 42948$)
- (d) (0.5 valores) Qual será o montante esperado gasto pelos visitantes quando o número de visitantes é 50.

4. O conjunto de dados

53.5 11.6 112.8 6.2 40.6 150 52.2 130 107.7 Y

é uma amostra que representa a quantidade de chuva numa determinada cidade durante 10 meses.

- (a) (0.75 valores) Se $Y = 62.5$, indique o desvio padrão indicando os cálculos efectuados.
- (b) (0.5 valores) Indique, justificando, um valor possível para Y de forma a que a média e a mediana coincidam.

Matemática (M1029) - Exame Epoca Normal- parte III - 09/01/2025 (A)

Nome: **N.º:**

Parte III - Esta parte tem a cotação de 7 valores - Corresponde ao terceiro teste

1. (1 valor) Indique, justificando, na forma de intervalo, o domínio da função cuja expressão é

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+2)}}.$$

2. (0.5+0.5+0.5+0.5 valores) Seja $b > 0$. Complete (sem justificar)

$$\log_{e^3} e = \boxed{}$$

$$e^{2 \log_e b} = \boxed{}$$

$$\log_e \left(\left(\frac{1}{e} \right)^2 \right) = \boxed{}$$

$$\log_{e^3} (e^{2b}) = \boxed{}$$

3. (0.75 valor) Resolva

$$\frac{1 - 3^x}{x^4} \geq 0.$$

(Indique o raciocínio)

4. (0.75 valores) Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 + 2$. Indique o ponto do gráfico de f em que a recta tangente ao gráfico de f é paralela à recta de equação

$$4x - y = 2.$$

5. Considere as funções

$$\begin{array}{ccc} s : [0, 2] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} p : [0, 4] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} h : [0, 1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sqrt{1 - x^2} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} t : [0, 4] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sqrt{16 - x^2} \end{array}$$

(a) Determine

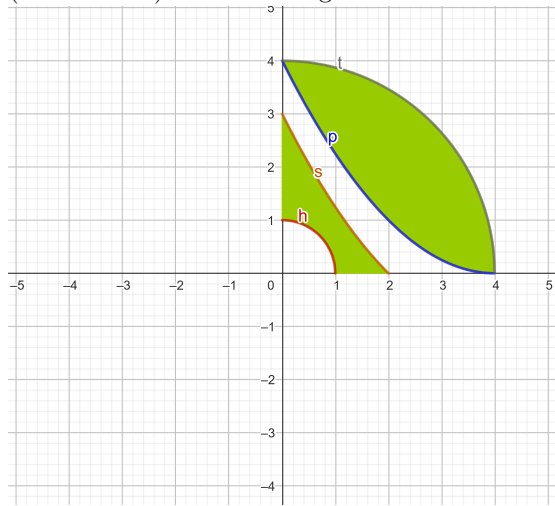
i. (0.5 valores)

$$\left(\frac{1}{12}x^3 - x^2 + 3x\right)' =$$

ii. (0.5 valores)

$$\int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^2 - 2x + 3\right) dx =$$

iii. (0.75 valores) A área da região a verde



(b) (0.75 valores) Indique as funções h_1, k, m de forma a que a área a verde na Fig 2 seja o quádruplo (4 vezes mais) do que a área obtida em (a)iii. acima sabendo que $A = (1.5, 0.5), B = (0.5, 1.5), C = (2.5, 0.5), D = (0.5, 3.5), E = (4.5, 0.5), F = (0.5, 4.5)$ e que a figura é simétrica relativamente ao eixos dos xx's e ao eixo dos yy's. Justifique.

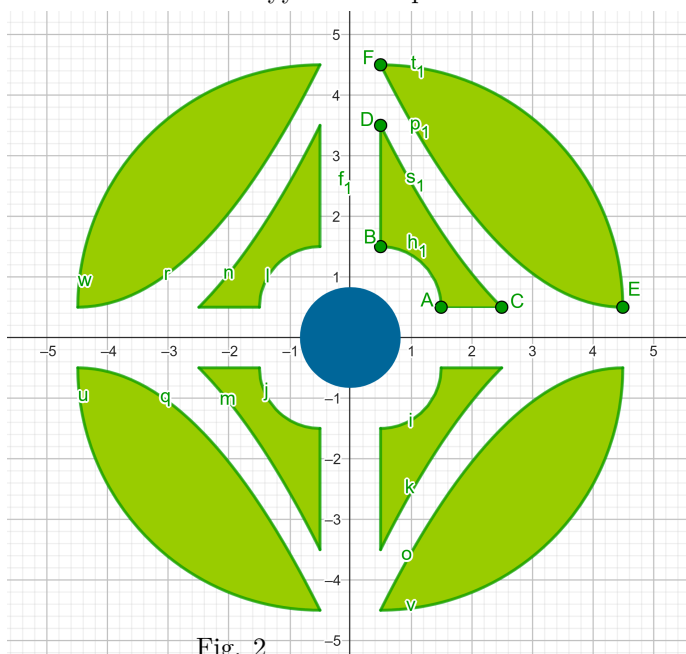


Fig. 2