

Semanas 8: Conjuntos. Equações. Inequações.

1. Considere os seguintes conjuntos de
- $\mathbb{R}$
- .

$$A =] - 1, +\infty[$$

$$B = \{-\frac{5}{2}, 1\}$$

Determine:

- (a) $A \cup B$;
- (b) $A \cap B$;
- (c) $A \setminus B$;
- (d) $B \setminus A$.

2. Considere os seguintes conjuntos de números naturais:

$$S = \{1, 2, 3, 9, 10, 11\};$$

$$T = \{4, 5, 6, 7, 8\};$$

$$V = \{x \in \mathbb{N} : x \geq 1 \wedge x \leq 3\}.$$

Determine: $S \cap T$, $S \cup T$ e $S \cap V$.

3. Represente na recta real:

- (a) $\{x \in \mathbb{R} : 3 < x < 6\}$;
- (b) $\{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x < 6\} \cap \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$;
- (c) $\{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x < 4\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x > 4 \wedge x \leq 8\}$;
- (d) $]2, 20[\cap]\pi, 25[$;
- (e) $]2, 20[\cup]\pi, 25[$.

4. Determine:

- (a) $|5|$;
- (b) $|-5|$;
- (c) $\left|\frac{x}{y}\right|$, sabendo que $|x| = 5$ e que $|y| = 7$;
- (d) $|2 - e|$;
- (e) $|\pi - 3|$.
- (f) $|x - 3| < 5$.

5. Determine:

- (a) $(81)^{\frac{1}{4}}$;
- (b) $(-27)^{\frac{1}{3}}$;
- (c) $\sqrt{4^2 + 3^2}$;
- (d) $(3^3 + 4^3 + 5^3)^{\frac{1}{3}}$.

6. Simplifique, determinando o valor real correspondente sem radicais:

- (a) $\sqrt{16}$;
- (b) $\sqrt[4]{16}$;
- (c) $\sqrt[3]{-8}$;
- (d) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$;
- (e) $\frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[5]{96}}$;
- (f) $(-125)^{\frac{1}{3}}$;
- (g) $(\frac{1}{16})^{\frac{1}{4}}$;
- (h) $(\frac{1}{16})^{-\frac{1}{4}}$.

7. Determine:

- (a) x tal que $10^x = 1000$;
- (b) x tal que $10^x = 0.1$;
- (c) x tal que $4^x = 16$;
- (d) x tal que $16^x = 4$.

8. Determine:

- | | | | |
|------------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------------|
| (a) $\log_5 1$; | (b) $\log_5 5$; | (c) $\log_5 5^8$; | (d) $5^{\log_5 12}$; |
| (e) $\log_e 1$; | (f) $\log_e e$; | (g) $\log_5 25$; | (h) $e^{\log_e 5}$. |
| (i) $\log_3(\frac{1}{27})$; | (j) $\log_{49} 7$; | (k) $e^{\log_e \pi}$; | (l) $\log_4(\frac{1}{2})$; |
| (m) $\log_5 0.2$; | (n) $2^{\log_2 37}$; | (o) $\log_e e^4$; | (p) $\log_4 8$. |

9. Resolva as seguintes equações lineares

- | | | |
|--------------------|---|-------------------------|
| (a) $4x + 3 = 9$; | (b) $\sqrt{2}x + \sqrt{2} = \sqrt{3}$; | (c) $8x - 3 = 2x + 8$. |
|--------------------|---|-------------------------|

10. Resolva as seguintes equações:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| (a) $x^2 - 9 = 0$; | (e) $9x^3 - 6x^2 = 0$; |
| (b) $x^2 = 4$; | (f) $x^2 + 7x + 12 = 0$; |
| (c) $(x + 9)(x + 2) = 0$; | (g) $6x^2 + 7x - 5 = 0$; |
| (d) $(x + 9)(x + 2) = 18$; | (h) $x^2 + 4x + 4 = 8$. |

11. Determine o conjunto solução das seguintes equações:

- | | |
|--|--|
| (a) $3x^2 - 5x + 1 = 0$; | (g) $x = 1 - \sqrt{1 - x}$; |
| (b) $2x^2 - 2x - \frac{63}{2} = 0$; | (h) $2x = 1 - \sqrt{2 - x}$; |
| (c) $3x^2 + 5x = 2$; | (i) $\frac{3}{x} + \frac{5}{x + 2} = 2$; |
| (d) $2x^3 + 8x^2 = 8x$; | (j) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x - 1} = 2$; |
| (e) $3x^4 - 5x^2 + 1 = 0$; | (k) $\frac{\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x}}{x - 4} = -\frac{1}{8}$. |
| (f) $\sqrt{5}x + \sqrt{10} = \frac{x + 5}{\sqrt{5}}$; | |

12. Determine o conjunto dos números reais que verificam cada uma das seguintes condições:

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|--|
| (a) $ x^2 - x - 3 = 3$; | (d) $ 2x + 3 = x + 1 $; | (g) $ x - 1 = x - 1$; |
| (b) $ 2x^2 + x - 1 = 5$; | (e) $ 2x + x + 3 = 9$; | (h) $\sqrt{(x^2 - 3)^2} = 5$; |
| (c) $ x - 2x^{-1} = 3 - x$; | (f) $ x^2 - 1 = x^2 - 1$; | (i) $\frac{\sqrt{(x + 3)^2}}{x + 3} = 1$. |

13. Resolva as inequações seguintes:

$$(a) x + 2 > 0; \quad (f) 2 < 2x + 4 < 5x; \quad (k) 1 + \frac{2}{x-1} \geq 1;$$

$$(b) 2x + 4 > 0; \quad (g) (x+2)(x-1) > 0; \quad (l) x < \frac{2}{x-1};$$

$$(c) 4x + 7 > 19; \quad (h) x^2 + x - 2 > 0; \quad (m) |x - 5| < 2;$$

$$(d) -4x + 7 > 19; \quad (i) \frac{x+2}{x-1} > 0; \quad (n) 8 - |2x - 1| \geq 6;$$

$$(e) 2x + 4 < 5x; \quad (j) 1 - \frac{1}{x} > 0; \quad (o) \frac{x+1}{2} \geq 6.$$

14. Determine o conjunto dos números reais que verificam cada uma das seguintes condições:

$$(a) 4x + 4 < 5x + 3 < 4x + 2; \quad (d) (3x - 1)(x - 1)^2(x - 3)^3 \geq 0; \quad (g) |x^2 - 4| \leq 2x - 1;$$

$$(b) 3x^2 + 8x < 0; \quad (e) 1 + \frac{5-x}{x-2} > \frac{x+5}{x+2}; \quad (h) |3 - 2x| - |x - 6| \geq 0;$$

$$(c) \frac{(x-1)^2}{x^2-16} \geq 0; \quad (f) -4 \leq x^2 \leq 1; \quad (i) \frac{\sqrt{(x+3)^2}}{x^2+3} \geq 1.$$