

Nome: N.:.....

Este exame está dividido em 3 partes. Cada parte corresponde a um mini-teste e pode ser substituída pelo miniteste. Caso decida fazer uma parte, a nota final será sempre a melhor entre a nota obtida nessa parte neste exame e no teste correspondente.

Os telemóveis têm de estar desligados.
Não serão corrigidas respostas escritas a lápis.

Parte I - Esta parte vale 6 valores - Corresponde ao primeiro teste

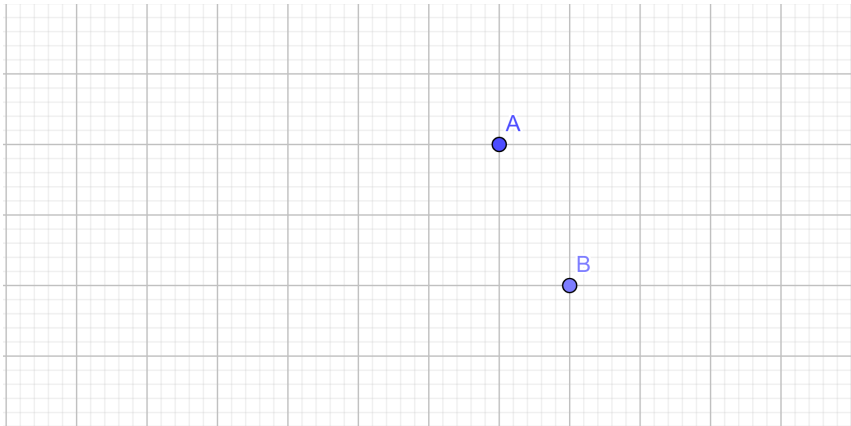
1. Considere o ponto A de coordenadas $(1,3)$ e a recta r de equação $y = 2x + 3$.
- (a) (0.75 valores) O ponto A pertence à recta r ?

(b) (0.75 valores) Indique uma equação da recta perpendicular a r que passa no ponto A .

(c) (0.75 valores) Indique uma equação da circunferência de centro em A e que passa por $(0,0)$

(d) (0.75 valores) Que pontos no eixo dos y 's distam de A $\sqrt{10}$ unidades.

2. (0.75 valores) Considere os pontos A e B assinalados abaixo num referencial ortonormado. Indique um ponto C tal que o declive da recta que passa por C e A é $-\frac{1}{4}$ e o declive da recta que passa por C e por B é $\frac{1}{3}$.



3. (0.75 valores) O ponto $(0, 0, 0)$ pertence à recta perpendicular ao plano de equação $x + y - 3z = 4$ que contém o ponto $(1, 1, -3)$?
4. (0.75 valores) Indique como marcar uma elipse num jardim se disponibilizar apenas de estacas e de corda.
5. (0.75 valores) Calcule $\left(\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)^2$.

Nome: N.:

Parte II - Esta parte vale 7 valores - Corresponde ao segundo teste

1. Complete de forma a obter afirmações verdadeiras

(a) (0.5+0.5 valores)

$$\sum_{i=1}^n i = \boxed{} \sum_{j=2}^{} \boxed{}$$

(b) (0.5 valores)

$$\sum_{i=1}^{97} \frac{1}{i+1} - \sum_{i=1}^{97} \frac{1}{i+3} = \boxed{}$$

(Nota: nesta alinea tem de introduzir na caixa um número)

2. (0.75+0.75 valores) Determine

(a) $\arcsin(\cos(\frac{5\pi}{4}))$

(b) $2 \arccos(\frac{4}{5}) - \arccos(\frac{7}{25})$

3. (1 valor) Uma fábrica tem 4 grupos de trabalhadores, o grupo A , o grupo B , o grupo C e o grupo D . Sabemos que ao grupo A pertencem 25% dos trabalhadores da fábrica, ao grupo B 40%, ao grupo C 30% e ao D apenas 15%. Sabendo que:

- a média dos salários no grupo A é 1000€
- a média dos salários no grupo B é 1500€
- a média dos salários no grupo C é 2000€
- a média dos salários no grupo D é 3000€

qual é a média dos salários na fábrica.

4. (3 valores) Os dados relativos à colheita de um dado cereal (em toneladas num ano) e ao seu preço por kilo (em euros) num país da EU durante 10 anos está representado na seguinte tabela:

cereal produzido em toneladas	30	28	32	25	W	25	22	24	35	40
preço por quilo	25	30	27	40	42	40	50	45	30	25

- (a) (0.5 valores) Sabendo que a média de cereal produzida é 28.6 toneladas, determine W .
- (b) (0.5 valores) Determine a média do preço por quilo.
- (c) (1.5 valores) Determine uma equação da recta de regressão.
 (Note que $30^2 + 28^2 + 32^2 + 25^2 + W^2 + 25^2 + 22^2 + 24^2 + 35^2 + 40^2 = 8468$ e que
 $30 * 25 + 28 * 30 + 32 * 27 + 25 * 40 + W * 42 + 25 * 40 + 22 * 50 + 24 * 45 + 35 * 30 + 40 * 25 = 9734$)
- (d) (0.5 valores) Qual seria o preço de um kilo de cereal se num determinado ano forem produzidas 29 toneladas.

Matemática (M1029) - Exame - Época de Recurso - parte III - 23/01/2024 (A)

Nome: **N.º:**

Parte III - Esta parte tem a cotação de 7 valores - Corresponde ao terceiro teste

1. (1 valor) Indique, na forma de intervalo, o domínio da função cuja expressão é

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+2)}}.$$

2. (0.5+0.5+0.5+0.5 valores) Complete

$$\log_3 27 = \boxed{}$$

$$8^{\log_2 \pi} = \boxed{}$$

$$\log_{1/9}(3) = \boxed{}$$

$$\log_2(2^{2\pi}) = \boxed{}$$

3. (1 valor) Resolva

$$\frac{2^x - 16}{x^4} > 0.$$

(Indique o raciocínio)

4. (0.75 valores) Indique o ponto em que a recta tangente ao gráfico da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^3 + 2$ no ponto $(1, 3)$ intersecta o eixo dos y's.

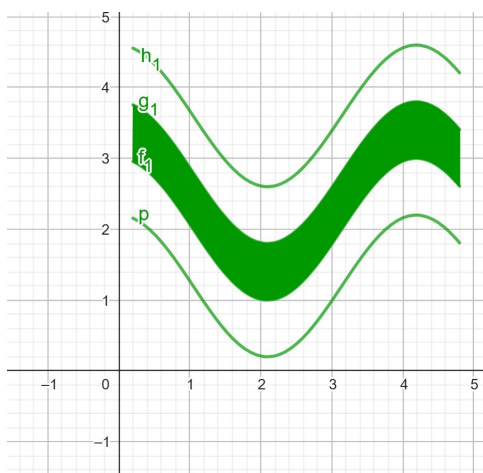
Considere as funções

$$g_1 : [0.2, 4.8] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \cos\left(\frac{3}{2}x\right) + 2.8 \quad ,$$

5.

$$f_1 : [0.2, 4.8] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \cos\left(\frac{3}{2}x\right) + 2 \quad .$$

(a) (0.75 valores) Determine a área limitada pelos dois gráficos.

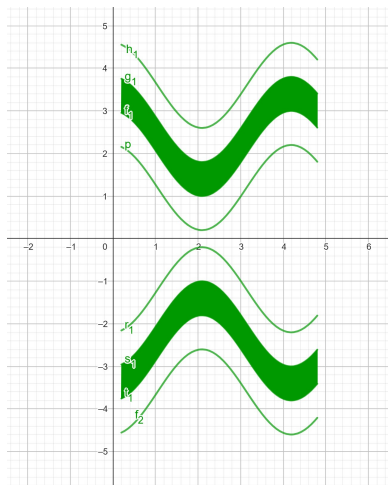


(b) (0.5 valores) Sabendo que:

- h_1, p são funções cujos gráficos são obtidos por translação dos de g_1 ;
- a área entre o gráfico de p e f_1 é igual à área entre os gráficos de f_1 e de g_1 ;
- a área entre os gráficos de g_1 e de h_1 é igual à área entre os gráficos de f_1 e de g_1 ;

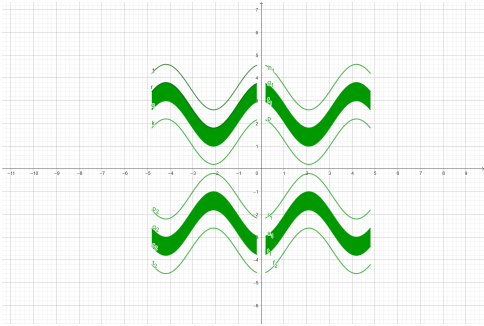
indique as funções p e h_1 .

(c) (0.5 valores) Sabendo que o gráfico da função s_1 é simétrico ao da função f_1 relativamente ao eixo dos x's **indique a função s_1** .



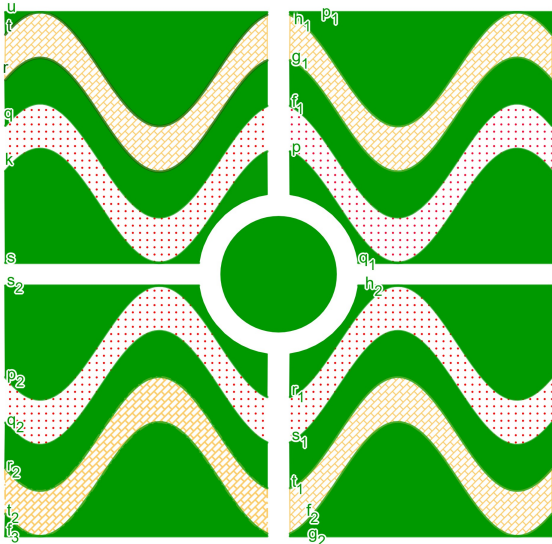
As funções r_1, t_1 e f_2 são tais que o gráfico de r_1 é simétrico ao da função p relativamente ao eixo dos x's, o de t_1 é simétrico ao da função g_1 relativamente ao eixo dos x's e o de f_2 é simétrico ao da função h_1 relativamente ao eixo dos x's

(d) (0.5 valores) Com os gráficos anteriores por simetria no eixo dos y's obtemos a Fig.3. Com estes gráficos e com duas circunferência de centro em $(0,0)$ e de raios 1 e $\sqrt{2}$ formamos a imagem (Fig 4) abaixo.



(Fig.3)

Como poderia determinar a área a verde da (Fig. 4)? (tem de explicar utilizando os cálculos anteriores, não necessita de chegar a um valor)



(Fig. 4)